**BÀI TẬP TOÁN RỜI RẠC 2 – CHƯƠNG 5**

**Câu hỏi 1**

Cho đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 9 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

a) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm cây khung của đồ thị G bắt đầu tại u = 5, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm cây khung của đồ thị G bắt đầu tại u = 5, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

**Câu hỏi 2**

Cho đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh và 12 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Đỉnh đầu** | **Đỉnh cuối** | **Đỉnh đầu** | **Đỉnh cuối** |
| 1 | 2 | 2 | 6 |
| 1 | 5 | 4 | 6 |
| 1 | 8 | 5 | 7 |
| 1 | 10 | 5 | 9 |
| 2 | 3 | 7 | 9 |
| 2 | 4 | 8 | 10 |

a) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm cây khung của đồ thị G bắt đầu tại u = 1, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm cây khung của đồ thị G bắt đầu tại u = 1, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

**Câu hỏi 3**

Cho đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

|  |  |
| --- | --- |
| Ke(1) = {2, 9, 10} | Ke(6) = {5, 7, 8} |
| Ke(2) = {1, 3, 4} | Ke (7) = {6} |
| Ke(3) = {2, 4} | Ke (8) = {6} |
| Ke(4) = {2, 3, 5} | Ke (9) = {1, 10} |
| Ke (5) = {4, 6} | Ke (10)= {1, 9} |

a) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm cây khung của đồ thị G bắt đầu tại u = 10, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm cây khung của đồ thị G bắt đầu tại u = 10, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

**Câu hỏi 4**

Cho đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 1 | **0** | 4 | 1 | 1 | 2 | 9 | ∞ | 5 | 4 | 7 |
| 2 | 4 | **0** | 2 | ∞ | 9 | 1 | 5 | ∞ | 6 | ∞ |
| 3 | 1 | 2 | **0** | 7 | ∞ | 6 | 6 | 1 | 1 | 9 |
| 4 | 1 | ∞ | 7 | **0** | 1 | 7 | ∞ | 6 | ∞ | ∞ |
| 5 | 2 | 9 | ∞ | 1 | **0** | 3 | 4 | 3 | 1 | 2 |
| 6 | 9 | 1 | 6 | 7 | 3 | **0** | 3 | 1 | 1 | 5 |
| 7 | ∞ | 5 | 6 | ∞ | 4 | 3 | **0** | 4 | 5 | ∞ |
| 8 | 5 | ∞ | 1 | 6 | 3 | 1 | 4 | **0** | 4 | 2 |
| 9 | 4 | 6 | 1 | ∞ | 1 | 1 | 5 | 4 | **0** | 4 |
| 0 | 7 | ∞ | 9 | ∞ | 2 | 5 | ∞ | 2 | 4 | **0** |

a) Áp dụng thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho bắt đầu tại đỉnh s= 1, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

b) Áp dụng thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

**Giải**

**a) Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho bắt đầu tại đỉnh s= 1 sử dụng thuật toán Prim:**  Số đỉnh n = 10; s = 1.

**Lập bảng:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Bước | d[1]  e[1] | d[2]  e[2] | d[3]  e[3] | d[4]  e[4] | d[5]  e[5] | d[6]  e[6] | d[7]  e[7] | d[8]  e[8] | d[9]  e[9] | d[10]  e[10] | T | Wt |
| 1 | **0|0** | 4|1 | 1|1 | 1|1 | 2|1 | 9|1 | ∞|1 | 5|1 | 4|1 | 7|1 | ϕ | 0 |
| 2 |  | 2|3 | **1|1** | 1|1 | 2|1 | 6|3 | 6|3 | 1|3 | 1|3 | 7|1 | (1,3) | 1 |
| 3 |  | 2|3 |  | **1|1** | 1|4 | 6|3 | 6|3 | 1|3 | 1|3 | 7|1 | (1,4) | 2 |
| 4 |  | 2|3 |  |  | **1|4** | 3|5 | 4|5 | 1|3 | 1|3 | 2|5 | (4,5) | 3 |
| 5 |  | 2|3 |  |  |  | 1|8 | 4|5 | **1|3** | 1|3 | 2|5 | (3,8) | 4 |
| 6 |  | 1|6 |  |  |  | **1|8** | 3|6 |  | 1|3 | 2|5 | (6,8) | 5 |
| 7 |  | **1|6** |  |  |  |  | 3|6 |  | 1|3 | 2|5 | (2,6) | 6 |
| 8 |  |  |  |  |  |  | 3|6 |  | **1|3** | 2|5 | (3,9) | 7 |
| 9 |  |  |  |  |  |  | 3|6 |  |  | **2|5** | (5,10) | 9 |
| 10 |  |  |  |  |  |  | **3|6** |  |  |  | (6,7) | 12 |

**Kết luận**: Wt = 12

T = {(1,3), (1,4), (4,5), (3,8), (6,8), (2,6), (3,9), (5,10), (6,7)}

a) Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho sử dụng thuật toán Kruskal:

Số đỉnh n = 10.

Sắp xếp các cạnh theo chiều tăng của trọng số: (1,3), (1,4), (2,6), (3,8), (3,9), (4,5), (5,9), (6,8), (6,9), (1,5), (2,3), (5,10), (8,10), (5,6), (5,8), (6,7), (1,2), (1,9), (5,7), (7,8), (8,9), (9, 10), (1,8), (2,7), (6,10), (7,9), (2,9), (3,6), (3,7), (4,8), (1,10), (3,4), (4,6), (1,6), (2,5), (3,10).

Lập bảng: T = ϕ, Wt = 0; k = 0.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Cạnh e | T ∪ {e} không chứa chu trình? | T | Wt | k |
| (1,3) | Yes | (1,3) | 1 | 1 |
| (1,4) | Yes | (1,4) | 2 | 2 |
| (2,6) | Yes | (2,6) | 3 | 3 |
| (3,8) | Yes | (3,8) | 4 | 4 |
| (3,9) | Yes | (3,9) | 5 | 5 |
| (4,5) | Yes | (4,5) | 6 | 6 |
| (5,9) | No | - | - | - |
| (6,8) | Yes | (6,8) | 7 | 7 |
| (6,9) | No | - | - | - |
| (1,5) | No | - | - | - |
| (2,3) | No | - | - | - |
| (5,10) | Yes | (5,10) | 9 | 8 |
| (8,10) | No | - | - | - |
| (5,6) | No | - | - | - |
| (5,8) | No | - | - | - |
| (6,7) | Yes | (6,7) | 12 | 9 |

Kết luận: Wt = 12;

T = {(1,3), (1,4), (2,6), (3,8), (3,9), (4,5), (6,8), (5,10), (6,7)}

**Câu hỏi 5**

Cho đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 1 | **0** | 4 | 8 | 8 | 2 | 9 | ∞ | 5 | 4 | 7 |
| 2 | 4 | **0** | 2 | ∞ | 9 | 7 | 5 | ∞ | 6 | ∞ |
| 3 | 8 | 2 | **0** | 4 | ∞ | 6 | 6 | 9 | 9 | 9 |
| 4 | 8 | ∞ | 4 | **0** | 7 | 7 | ∞ | 6 | ∞ | ∞ |
| 5 | 2 | 9 | ∞ | 7 | **0** | 3 | 4 | 3 | 1 | 2 |
| 6 | 9 | 7 | 6 | 7 | 3 | **0** | 3 | 1 | 1 | 5 |
| 7 | ∞ | 5 | 6 | ∞ | 4 | 3 | **0** | 4 | 5 | ∞ |
| 8 | 5 | ∞ | 9 | 6 | 3 | 1 | 4 | **0** | 4 | 2 |
| 9 | 4 | 6 | 9 | ∞ | 1 | 1 | 5 | 4 | **0** | 4 |
| 0 | 7 | ∞ | 9 | ∞ | 2 | 5 | ∞ | 2 | 4 | **0** |

a) Áp dụng thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho bắt đầu tại đỉnh s= 5, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

b) Áp dụng thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

**Giải**

a) Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho bắt đầu tại đỉnh s= 5 sử dụng thuật toán Prim:

Số đỉnh n = 10; s = 5.

Lập bảng:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Bước | d[1]  e[1] | d[2]  e[2] | d[3]  e[3] | d[4]  e[4] | d[5]  e[5] | d[6]  e[6] | d[7]  e[7] | d[8]  e[8] | d[9]  e[9] | d[10]  e[10] | T | Wt |
| 1 | 2|5 | 9|5 | ∞|5 | 7|5 | **0|0** | 3|5 | 4|5 | 3|5 | 1|5 | 2|5 | ϕ | 0 |
| 2 | 2|5 | 6|9 | 9|9 | 7|5 |  | 1|9 | 4|5 | 3|5 | **1|5** | 2|5 | (5,9) | 1 |
| 3 | 2|5 | 6|9 | 6|6 | 7|5 |  | **1|9** | 3|6 | 1|6 |  | 2|5 | (6,9) | 2 |
| 4 | 2|5 | 6|9 | 6|6 | 6|8 |  |  | 3|6 | **1|6** |  | 2|5 | (6,8) | 3 |
| 5 | **2|5** | 4|1 | 6|6 | 6|8 |  |  | 3|6 |  |  | 2|5 | (1,5) | 5 |
| 6 |  | 4|1 | 6|6 | 6|8 |  |  | 3|6 |  |  | **2|5** | (5,10) | 7 |
| 7 |  | 4|1 | 6|6 | 6|8 |  |  | **3|6** |  |  |  | (6,7) | 10 |
| 8 |  | **4|1** | 2|2 | 6|8 |  |  |  |  |  |  | (1,2) | 14 |
| 9 |  |  | **2|2** | 4|3 |  |  |  |  |  |  | (2,3) | 16 |
| 10 |  |  |  | **4|3** |  |  |  |  |  |  | (3,4) | 20 |

Kết luận: Wt = 20

T = {(5,9), (6,9), (6,8), (1,5), (5,10), (6,7), (1,2), (2,3), (3,4)}

a) Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho sử dụng thuật toán Kruskal:

Số đỉnh n = 10.

Sắp xếp các cạnh theo chiều tăng của trọng số: (5,9), (6,8), (6,9), (1,5), (2,3), (5,10), (8,10), (5,6), (5,8), (6,7), (1,2), (1,9), (3,4), (5,7), (7,8), (8,9), (9,10), (1,8), (2,7), (6,10), (7, 9), (2,9), (3,6), (3,7), (4,8), (1,10), (2,6), (4,5), (4,6), (1,3), (1,4), (1,6), (2,5), (3,8), (3,9), (3,10).

Lập bảng: T = ϕ, Wt = 0; Số cạnh của T là k = 0.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Cạnh e** | **T ∪ {e} không chứa chu trình?** | **T** | **Wt** | **k** |
| (5,9) | Yes | (5,9) | 1 | 1 |
| (6,8) | Yes | (6,8) | 2 | 2 |
| (6,9) | Yes | (6,9) | 3 | 3 |
| (1,5) | Yes | (1,5) | 5 | 4 |
| (2,3) | Yes | (2,3) | 7 | 5 |
| (5,10) | Yes | (5,10) | 9 | 6 |
| (8,10) | No | - | - | - |
| (5,6) | No | - | - | - |
| (5,8) | No | - | - | - |
| (6,7) | Yes | (6,7) | 12 | 7 |
| (1,2) | Yes | (1,2) | 16 | 8 |
| (1,9) | No | - | - | - |
| (3,4) | Yes | (3,4) | 20 | 9 |

**Kết luận:** Wt = 20;

T = {(5,9), (6,8), (6,9), (1,5), (2,3), (5,10), (6,7), (1,2), (3,4)}